

Säkerhetsreserv i skadeförsäkring

av aktuarie **Torbjörn Andréason**, Skandia och aktuarie **Fredrik Johansson**, Skandia



Torbjörn Andréason

Avsättning till säkerhetsreserven är ett sätt för försäkringsbolagen att, mellan åren, jämna ut resultatet i försäkringsrörelsen. Möjligheten till avsättningar begränsas av ett takvärde för säkerhetsreserven. Nyligen reviderade Finansinspektionen den författning (FFFS 1998:23) som reglerar dessa takvärden. Här görs en kortare presentation av den nya modell som därvid använts. Utgångspunkten är en



Fredrik Johansson

rapport av Ajne och Sandström (1991). I den nya modellen fördjupas dock analysen, främst med avseende på antaganden om fördelningar och beroenden i datamaterialet. Modellens parametrar skattas med hjälp av ett datamaterial bestående av observationer från 1972 till 1996.

Försäkringsbolagen agerar i en bransch vars stokastiska natur medför att bolagets försäkringsrörelse får ett varierande resultat mellan olika år. Vissa år går försäkringsrörelsen med vinst medan den andra år går med förlust. Detta gäller även om bolaget sköter hela sin verksamhet på ett sunt sätt. Därmed kan man betrakta uppkomna vinster under ett år som, åtminstone delvis, redan in-tecknade för kommande förluster. Det är därför rimligt att bolaget får sätta av obeskattade vinstmedel i en reserv att användas för att täcka kommande förluster i försäkringsrörelsen. För att förhindra överutnyttjande av reserven är dess storlek samt bolagens möjligheter att

disponera avsatta medel begränsade. Skattebefriade uttag ur reserven får bara ske då försäkringsrörelsen gått med förlust och då bara med ett så stort belopp att resultatet efter uttaget blir noll. Begränsningen av säkerhetsreservens storlek är denna studies huvudämne.

Datamaterialet

Det datamaterial som används är observationer av skadevoter under perioden 1972–

Artikeln är en sammanfattning av ett examesarbete i försäkringsmatematik utfört vid Stockholms universitet. Arbetet utfördes på uppdrag av Finansinspektionen och finansierades genom bidrag ur Max Matthiessens Jubileumsfond. Författarna tackar Björn Palmgren för hans handledning under arbetets gång.

1996 uppdelade på försäkringsgrenar enligt Tabell 1. Uppgifterna är grupperade med avseende på skadeår och avser värden utan avdrag för avgiven återförsäkring.

Tab.1: *Försäkringsgrenar i undersökningen*

A	Grppsjuk och gruppolycksfall (2 bolag)
HH	Hem, villa och fritidshus (9 bolag)
BH	Företag och fastighet (9 bolag)
MTP	Trafik (5 bolag)
MV	Motorfordon (8 bolag)
T	Transport (3 bolag)
M	Sjökasko (3 bolag)

Modellen

Den övre gränsen, eller takvärdet, för säkerhetsreserven skall bestämmas av den risk-exponering bolaget utsätter sig för. Risk-exponeringen kan för varje enskilt bolag och försäkringsgren mätas genom att betrakta ett antal olika variabler. Vi har valt att betrakta två stycken olika variabler. Dessa är premieintäkt och avsättning för oreglerade skador, båda för egen räkning. Genom att betrakta premieintäkterna får man en första skattning av riskens storlek. Denna skattning är dock inte alltid tillräcklig. En portfölj med minskande premieintäkter får ett minskat utrymme för säkerhetsreserv samtidigt som bolaget kan ha kvar stora oavslutade åtaganden sedan tidigare år då portföljen var större. Dessa återstående åtaganden motiverar också någon form av reserv. Därför betraktas också bolagets avsättning för oreglerade skador, vilken utgör ett mått på den återstående risken. Den övre gränsen för säkerhetsreservens storlek, per försäkringsgren, bestäms sålunda av

$$R = p_1 E + p_2 P .$$

där R är säkerhetsreservens storlek, E är avsättning för oreglerade skador och P är premieintäkt. Samtliga avser för egen räkning och gäller aktuellt skadeår.

Inledningsvis redovisas hur säkerhetsreservens sammanlagda övre gräns bestäms

genom att betrakta hur skadeutfallet varierar från år till år. Därefter beskrivs hur detta totala behov av reserv fördelas som en andel, p_1 , av avsättningen för oreglerade skador och en andel, p_2 , av premieintäkten.

Fördelningsantagande

När det totala behovet av säkerhetsreserv skall bestämmas betraktas hur skadekvoterna varierar mellan olika skadeår. Det blir naturligt att söka en sannolikhetsfördelning som på ett bra sätt beskriver skadekvoternas variationer. Som vanligt i de här sammanhangen är det svårt att, med hjälp av teoretiska överväganden, härleda en fördelning som är den som "i verkligheten" beskriver skadekvoterna. Därmed blir man hänvisad till ett antal fördelningar som uppvisar egenskaper man tycker sig se i datamaterialet. Sammanlagt åtta fördelningar har valts ut. Därefter har vi anpassat dessa fördelningar till datamaterialet genom att beräkna ML-skattningarna av dessa fördelningars parametrar. För en ingående redogörelse angående parameterskattningar och prövning av fördelningsanpassning hänvisas till originalrapporten (Andréason och Johansson, 1998).

Det visar sig att försäkringsgrenarna delar upp sig i två grupper där gruppolycksfall- och gruppssjukförsäkring, företags- och fastighetsförsäkring, trafikförsäkring och transportförsäkring bäst beskrivs av gammalfördelningen. Gammalfördelningen beskrivs av nedanstående täthetsfunktion, som ger väntevärde och varians enligt nedan.

Täthetsfunktion, väntevärde och varians

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}}{\lambda^\alpha \Gamma(\alpha)}$$

$$\kappa_1 = \alpha\lambda \quad \kappa_2 = \alpha\lambda^2$$

Hem-, villa- och fritidshusförsäkring, motorfordonsförsäkring och sjökaskoförsäkring beskrivs bäst av invers Gauss-fördelningen. Invers Gauss har, liksom gammalfördelning-

Tabell 2. Vald fördelning för respektive försäkringsgren.

Försäkringsgren	Fördelning	Parameter 1	Parameter 2	Väntevärde	Standardavvikelse
Gruppsjuk och gruppolycksfall	Gamma	48,8	0,0176	0,858	0,123
Hem, villa och fritidshus	Invers Gauss	0,766	0,0351	0,766	0,164
Företag och fastighet	Gamma	20,0	0,0356	0,711	0,159
Trafik	Gamma	26,1	0,0339	0,882	0,173
Motorfordon	Invers Gauss	0,785	0,0437	0,785	0,186
Transport	Gamma	30,2	0,0242	0,733	0,133
Sjökasko	Invers Gauss	1,01	0,178	1,01	0,427

en, även den trevliga egenskapen att fördelningen behålls vid faltning. Invers Gaussfördelningen beskrivs av nedanstående täthetsfunktion, som ger väntevärde och varians enligt nedan.

Täthetsfunktion

$$f(x) = \mu(2\pi\beta x^3)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\beta x}\right)$$

Väntevärde och varians

$$\kappa_1 = \mu \quad \kappa_2 = \mu\beta$$

Resultatet av anpassningen visas i Tabell 2.

Seriekorrelation

Genom att betrakta datamaterialet kan man göra antagandet att positiv seriekorrelation, , föreligger i skadekvoterna. Att positiv seriekorrelation föreligger medför att ett år med stora förluster ofta följs av ytterligare ett dito. Detta medför att risken underskattas om man endast betraktar ett enskilt år. Avsikten

Tabell 3. Seriekorrelation för data från perioden 1972–1996.

Försäkringsgren	Seriekorrelation
Gruppsjuk och gruppolycksfall	0,8994
Hem, villa och fritidshus	0,6534
Företag och fastighet	0,5134
Trafik	0,7315
Motorfordon	0,7358
Transport	0,2591
Sjökasko	0,2968

med säkerhetsreserven är att den skall vara anpassad för att täcka förlusterna under två svåra år genom att tömmas helt. Därför bör hänsyn tas till den förekommande seriekorrelationen. Vi har beräknat seriekorrelationen inom försäkringsgrenarna var och en för sig, resultatet framgår av Tabell 3.

Summan av två på varandra följande år

Säkerhetsreservens takvärde är avsett att vara så högt att reserven med stor sannolikhet kan täcka förlusterna under två svåra år genom att tömmas helt. Därmed måste fördelningen justeras så att den beskriver summan av två på varandra följande år, seriekorrelationen beaktad. Vi kallar den stokastiska variabel som beskrivs av fördelningen som ovan valdes för . Vi är nu intresserade av fördelningen för summan av skadekvoterna under två på varandra följande år.

I fallet med oberoende stokastiska variabler har vi att om

$$X_i \in \text{InvGauss}(\mu, \beta)$$

så är

$$\sum_{i=1}^n X_i \in \text{InvGauss}(n\mu, \beta).$$

Vi har också att om

$$X_i \in \Gamma(\alpha, \lambda)$$

så är

$$\sum_{i=1}^n X_i \in \Gamma(n\alpha, \lambda).$$

Dock är utfallet under ett antal år på följd inte oberoende. Trots detta har vi justerat parametrarna för att få en fördelning som approximativt beskriver summan av två på varandra följande skador. Kalla denna summa Y' . Det vi har gjort är att förändra parametrarna så att sambanden

$$EY' = 2EY$$

$$\text{Var}Y' = 2(1+r)\text{Var}Y$$

blivit uppfyllda. Genom att jämföra denna fördelning med empiriska fördelningen för summan av skadekvoterna under två på varandra följande år har vi dragit slutsatsen att approximationen fungerar väl.

Reservens storlek

Taket för säkerhetsreserven, R , skall vara så högt att det är liten sannolikhet att skadeutfallet överstiger såväl premieintäkterna som säkerhetsreserven under något enskilt år. Därför beräknas ett ensidigt 99 procentigt konfidensintervall för Y' .

Vi har alltså löst ekvationen

$$P(Y' < y) = 0,99,$$

det vill säga y är 99-percentilen till den justerade fördelningen. Därefter beräknar vi den sökta reserven enligt

Därigenom har vi erhållit de resultat som redovisas i Tabell 4, kolumn R/P .

Nu är beräkningen av övre gränsen för säkerhetsreservens storlek, R , klar och det återstår att bestämma parametrarna p_1 och p_2 för att dela detta belopp så att det motsvarar en andel av avsättningen för oreglerade skador och en andel av premieintäkten. Först bestäms hur stor andel av avsättningen för oreglerade skador som det är rimligt att säkerhetsreserven ska få motsvara. Därefter beräknas hur stor andel av premieintäkten detta motsvarar. Sedan tillåts bolagen att avsätta upp till en så stor andel av premieintäkten att den övre gränsen för säkerhets-

reserven får önskad storlek.

Brist på datamaterial har förhindrat en analys som kan ligga till grund för valet av p_1 , det vill säga den andel av avsättningen för oreglerade skador som säkerhetsreserven skall få motsvara. I Ajne och Sandström (1991) motiveras dock valet $p_1 = 0,15$ för alla försäkringsgrenar. Därefter har beräknats hur stor andel av P som $0,15E$ motsvarar. Den totala säkerhetsreserven skrivs

$$R = p_1E + p_2P.$$

Därmed har man att

$$p_2 = (R - p_1E) / P$$

Resultatet av ovanstående beräkningar redovisas i Tabell 4. Datamaterialet har ej medgivit någon meningsfull beräkning av $0,15E/P$ för gruppsjuk- och gruppolycksfallsförsäkring. Därmed har någon ny skattning av p_2 inte kunnat göras för denna gren.

Återstående problem

Datamaterial utan avdrag för avgiven återförsäkring

Som vi tidigare nämnt är de variabler som används som riskmått premieintäkten respektive avsättning för oreglerade skador, båda för egen räkning. Att avdrag för återförsäkring gjorts grundar sig på att försäkringsbolagen antas ha ett fullgott återförsäkringsskydd genom egen försorg. I datamaterialet som vi har haft tillgång till har inte gjorts avdrag för återförsäkring. Därmed är det tak för säkerhetsreserven som vi beräknat sannolikt högre än vad det borde vara.

För att undersöka denna förmodan vill vi jämföra variansen hos en portfölj före och efter återförsäkring. För att göra denna jämförelse har vi använt oss av ett datamaterial från ett nordiskt försäkringsbolag gällande försäkringar inom sjökasko under 1997. Där har vi haft tillgång till samtliga försäkringsbelopp och samtliga skador. Vi har också haft

$$R = (y - EY')P$$

Tabell 4. Normalplanens övre gränser för säkerhetsreserven, andelar av P .

Försäkringsgren	0,15E som andel av P	p_2	Summa	R/P
Gruppsjuk och gruppolycksfall	-	0,10	-	0,58
Hem, villa och fritidshus	0,07	0,80	0,87	0,87
Företag och fastighet	0,24	0,50	0,74	0,72
Trafik	0,71	0,15	0,86	0,83
Motorfordon	0,04	1,00	1,04	1,04
Transport	0,10	0,45	0,55	0,54
Sjökasko	0,34	1,75	2,09	2,09

uppgifter om portföljens återförsäkringsskydd samt försäkringsbolagets kostnader för detta. Genom att använda Monte Carlosimulering har vi skattat fördelningen för skadekvoten under ett år, med respektive utan återförsäkring. Vi kom fram till att variationskoefficienten för skadekvoten minskar från 0,94 till 0,50.

Ett av problemen med ovanstående analys är att försäkringsbolagets premiekostnad för dess avgivna återförsäkring kan tänkas variera som en följd av tidigare års skadeutfall. Detta kan medföra att den erhållna storleken på förändringen i resultatet inte är uthållig i ett längre perspektiv. Det är också värt att notera att återförsäkring för närvarande är osedvanligt billigt, något som gör att de flesta försäkringsbolag avger mer än vad som annars skulle vara fallet. Vid simuleringen har vi antagit oberoende mellan försäkringsbelopp och andelen av detta som gått förlorat. Detta

Tabell 5. Korrelationsmatris för skadekvoternas variation per försäkringsgren

	A	BH	HH	MV	MTP	T	M
A	1	0,29	0,17	0,45	0,76	-0,29	-0,04
BH		1	0,81	0,82	0,51	0,15	-0,02
HH			1	0,83	0,40	0,19	-0,16
MV				1	0,72	0,23	-0,06
MTP					1	0,06	-0,08
T						1	-0,03
M							1

antagande är troligen inte överensstämmande med verkligheten, utan ger sannolikt en något för skev fördelning. Trots detta anser vi att vårt resultat stöder antagandet om att variationen minskar efter återförsäkring.

Försäkringsbolagets totala säkerhetsreserv

Inom normalplanen bestäms takvärdet för säkerhetsreserven inom varje försäkringsgren för sig. Ingen hänsyn tas till inom hur många försäkringsgrenar bolaget är verksamt. Om resultatet inom de olika försäkringsgrenarna är beroende av varandra exponeras bolaget för en risk som är skild från summan av riskerna per försäkringsgren.

För att undersöka denna eventuella korrelation har vi beräknat korrelationsmatrisen för skadekvoterna inom de olika försäkringsgrenarna. Det visar sig att en positiv korrelation är vanligt förekommande. Se Tabell 5.

Genom att betrakta korrelationsmatrisen ser man att varken försäkringsgrenen transport eller sjökasko verkar vara starkt korrelerad till de övriga försäkringsgrenarna. Övriga försäkringsgrenar verkar vara positivt korrelerade till varandra. Detta innebär att ett bolag som bedriver verksamhet inom ett flertal försäkringsgrenar exponerar sig för en större total risk än vad modellen för normalplanen tar hänsyn till. Slutsatsen blir att det kan vara motiverat att införa ett högre tak för säkerhetsreserven för hela bolaget än vad summan

av taken för respektive försäkringsgren anger. En fördjupad analys av dessa samband krävs för att implementera dem i modellen för säkerhetsreserven.

Avslutning

Försäkringsbranschen är av en speciell karaktär. Detta beror på att försäkringsbolaget vid prissättningstillfället inte vet hur stora skador kunden kommer att drabbas av. Därför varierar försäkringsrörelsens resultat kraftigt som en följd av det stokastiska skadutfallet. Försäkringsbolaget har inga möjligheter att ta ut en så stor premie att det säkert får ett positivt resultat i försäkringsrörelsen. Därigenom vet man att försäkringsbolagen under enstaka år kommer att göra förlust i försäkringsrörelsen. Detta motiverar att försäkringsbolaget, för att garantera sin soliditet, skall ha möjlighet att sätta av skattebefriade reserver för kommande års förluster. Ur skattesympunkt är det dock viktigt att avdragsrätten begränsas till en rimlig nivå. Därför är det viktigt att sakliga grunder och robusta metoder används för att sätta takvärdet för säkerhetsreserven så att det hamnar på en rättvisande nivå. Denna nivå skall spegla försäkringsrörelsens verkliga riskexponering. Härvid måste förutsättas att försäkringsbolagen sköter sin övriga riskhantering på ett sunt sätt.

Den viktigaste variabeln i studien är skadekvoten. Huruvida skadekvoten är det optimala valet av variabel är inte självklart. Premieintäkten speglar inte bara riskexponeringen utan även ett antal andra variabler som till exempel konjunkturen, konkurrenssituationen och resultatet av marknadsföringsåtgärder. Man kan tänka sig ett antal alternativa riskmått som till exempel antal kontrakt. Dock är inte heller antalet kontrakt ett entydigt riskmått då kontraktens riskprofil påverkar hur stor riskexponering försäkringsbolaget utsätts för. Ett annat alternativt riskmått kan

vara antal skador. Även här kan en liknande kritik formuleras. Brist på tid och datamaterial har förhindrat oss att pröva alternativa riskmått. Man skulle kunna tänka sig att en bättre modell skulle innehålla en kombination av flera olika riskmått.

För att kraven på att säkerhetsreserven skall spegla försäkringsrörelsens verkliga riskexponering skall vara uppfyllda är det av vikt att man vid beräkning av takvärdet tar hänsyn till avgiven återförsäkring. Eftersom datamaterialet inte innefattar inkomster och utgifter från avgiven återförsäkring speglar inte takvärdet för säkerhetsreserven nettoriskexponeringen.

Vi har i den presenterade modellen gått igenom antaganden och datamaterial. Vi anser att vi härvid använt den största delen av informationen i det tillgängliga datamaterialet. Vår bedömning är att man med hjälp av ytterligare förändringar i modellen troligen inte kan nå några signifikanta förbättringar. Vidare förändringar bör grunda sig på ett annorlunda datamaterial. Härvid måste en avvägning ske mellan å ena sidan de kostnader ett utökat datainsamlande och behandling av detta datamaterial för med sig och å andra sidan de vinster man kan göra i form av bättre precision i skattningarna.

Referenser

- Ajne, Björn och Arne Sandström (1991): "New Standard Regulations Regarding Allocation of the Safety Reserve in Sweden", The XXIII A.S.T.I.N. Colloquium, Stockholm, s. 3-28
- Andréason, Torbjörn och Fredrik Johansson (1998): "Säkerhetsreserv i skadeförsäkring", Rapport nr B:46, Institutet för försäkringsmatematik och matematisk statistik, Stockholms universitet